

**Al șaselea test de selecție pentru Olimpiada Internațională de Matematică**

**București, 20 mai 2009**

**Problema 1.** În triunghiul  $ABC$  cu  $m(\sphericalangle C) = 2 \cdot m(\sphericalangle A)$ , ( $CD$  este bisectoarea interioară a unghiului  $\sphericalangle C$  ( $D \in [AB]$ ). Fie  $S$  centrul cercului situat de aceeași parte a dreptei  $AC$  ca și punctul  $B$ , care tangent la dreapta  $CA$  și tangent exterior cercurilor circumscrise triunghiurilor  $ACD$  și  $BCD$ . Arătați că  $AB \perp CS$ .

**Problema 2.** Fie  $n$  și  $k$  două numere naturale nenule. Determinați toate polinoamele monice  $f \in \mathbb{Z}[X]$ , de grad  $n$ , cu proprietatea că  $f(n)$  divide  $f(2 \cdot a^k)$ , pentru orice  $a \in \mathbb{Z}$  cu  $f(a) \neq 0$ .

**Problema 3.** Fie  $n$  un număr întreg mai mare sau egal cu 2. Calculați valoarea maximă a produsului lungimilor celor  $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$  segmente determinate de  $n$  puncte situate într-un disc dat, de rază 1.

**WWW.MATEGL.COM**

*Timp de lucru: 4 ore.*